La table de Karnaugh - Exercices

Simplifiez les équations logiques des fonctions représentées à partir des **tables de Karnaugh** remplies ci-dessous :

Table de Karnaugh 1

Pour la table ci-dessous, déterminez la fonction logique simplifiée en fonction des variables a, b et c :

a \ bc	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	0	0	1

Table de Karnaugh 2

Pour la table ci-dessous, déterminez la fonction logique simplifiée en fonction des variables a, b et c :

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	0	1

Table de Karnaugh 3

Pour la table ci-dessous, écrivez la fonction logique simplifiée en fonction des variables a, b et c :

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

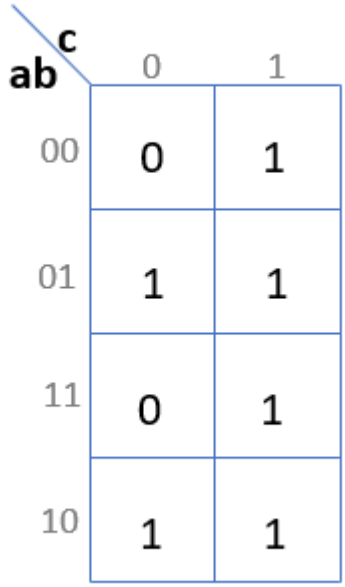
Table de Karnaugh 4

Pour la table ci-dessous, écrivez la fonction logique simplifiée en fonction des variables a, b et c :

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	1	0

Table de Karnaugh 5

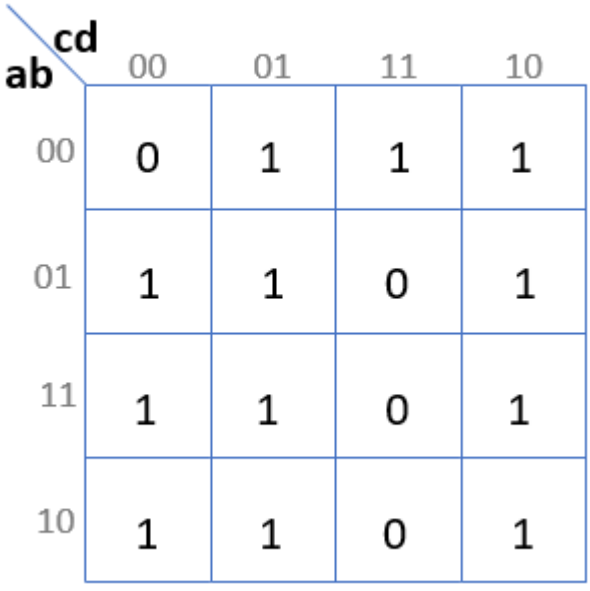
Pour la table ci-dessous, retrouvez la fonction logique simplifiée en fonction des variables a, b et c :



ab \ c	0	1
00	0	1
01	1	1
11	0	1
10	1	1

Table de Karnaugh 6

Pour la table ci-dessous, retrouvez la fonction logique simplifiée en fonction des variables a, b, c et d :



ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	1	1	0	1

Solution des différentes tables de Karnaugh

La table de Karnaugh, c'est quoi ?

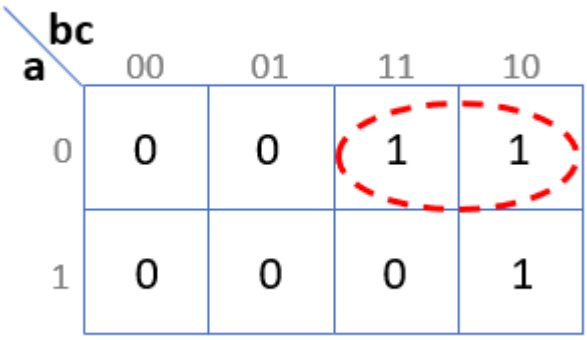
La table de Karnaugh est une solution graphique qui permet de simplifier une expression logique compliquée à partir de sa table de vérité.
Pour rappel, nous détaillons dans notre cours la logique combinatoire comment utiliser une table de Karnaugh et simplifier des expressions logiques compliquées, section **La table de Karnaugh :**

- La logique combinatoire

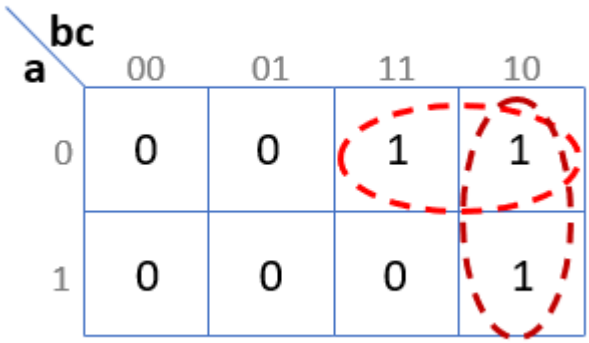
Correction de la table de Karnaugh 1 :

Pour la première table proposée, nous pouvons procéder comme suit :

- **étape 1** : regroupez les deux "1" situés horizontalement, ce qui nous donne : $\overline{a} \cdot b$



- **étape 2** : regroupez les deux "1" situés verticalement, ce qui nous donne : $\overline{a} \cdot b + b \cdot \overline{c}$

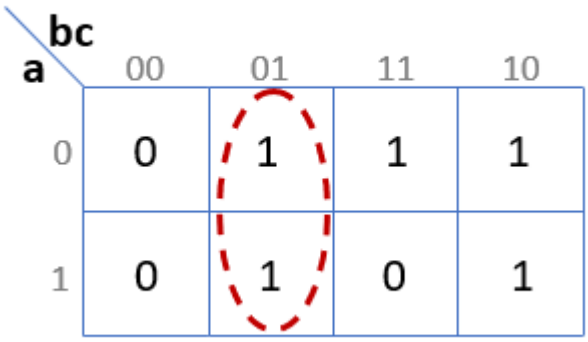


Ce qui nous donne l'équation simplifiée suivante pour cette première table de Karnaugh : $S = \overline{a} \cdot b + b \cdot \overline{c}$

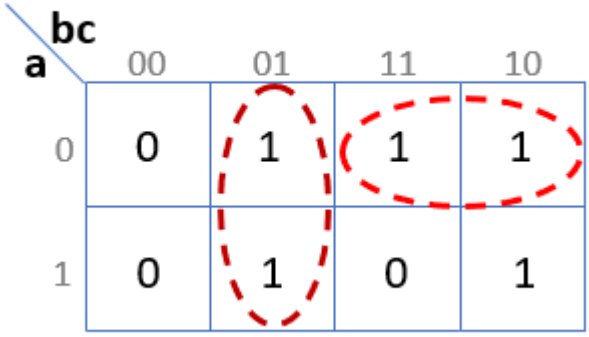
Correction de la table de Karnaugh 2 :

Pour cette deuxième table proposée, nous remarquons que nous pouvons faire 3 groupements de deux "1" tels que :

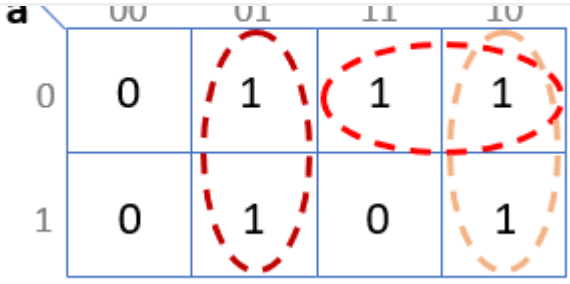
- **étape 1** : regroupez les deux "1" situés verticalement à gauche, ce qui nous donne : $\overline{b} \cdot c$



- **étape 2** : regroupez ensuite les deux "1" situés horizontalement à droite du premier groupement, ce qui nous donne : $\overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot b$



- **étape 3** : et comme vous le constatez, il reste encore un dernier "1" libre, regroupez donc le avec le "1" situé au-dessus, ce qui nous donne : $\overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot b + b \cdot \overline{c}$

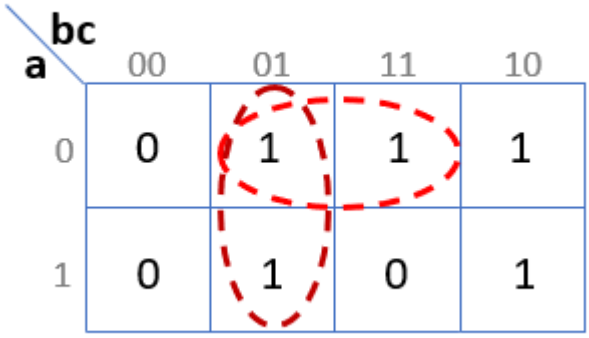


Ainsi, nous aurons l'équation simplifiée suivante pour cette deuxième table : $S = \overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot b + b \cdot \overline{c}$

Si vous souhaitez appliquer maintenant la distributivité à l'équation déterminée ci-dessus, vous pouvez écrire le résultat sous cette forme : $S = \overline{b} \cdot c + b \cdot (\overline{a} + \overline{c})$

Et comme vous pouvez le remarquer, nous constatons la présence de la fonction **OU Exclusif** dans ce résultat. Ce qui nous permet d'écrire aussi $S = \overline{a} \cdot b + b \oplus c$

Nous notons également que nous pouvons écrire l'équation simplifiée autrement si nous faisons le groupement horizontal différemment dans l'étape 2 telle que :



Ce qui nous permet donc d'otenir l'équation optimale suivante : $S = \overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot c + b \cdot \overline{c}$

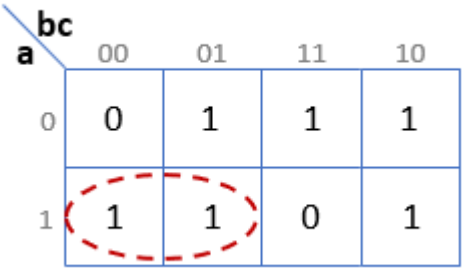
Et en appliquant le principe de la distributivité, nous pouvons l'écrire aussi comme suit : $S = b \cdot \overline{c} + c \cdot (\overline{b} + \overline{a})$

Et dans le même principe, comme vous pouvez le remarquer, nous retrouvons encore une fois la fonction **OU Exclusif** dans ce deuxième résultat. Ce qui nous permet d'écrire aussi $S = \overline{a} \cdot c + b \oplus c$

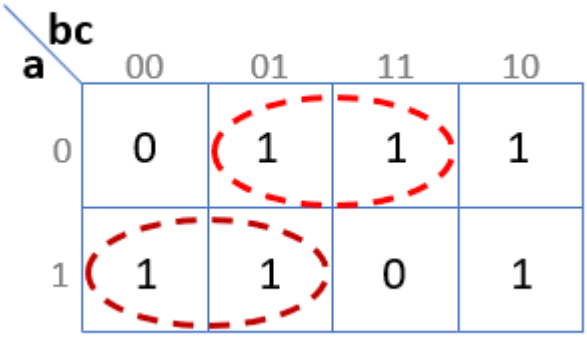
Correction de la table de Karnaugh 3 :

Pour cette table proposée, nous allons opérer comme suit :

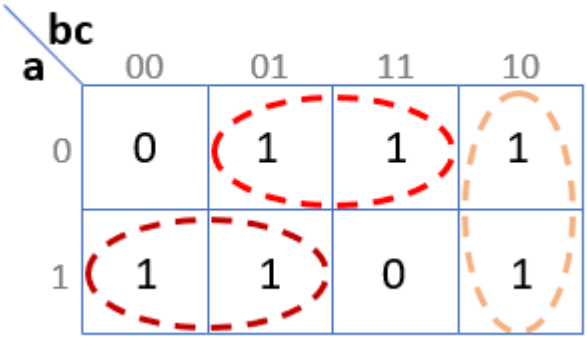
- **étape 1** : regroupez les deux "1" situés horizontalement à gauche en bas de la table demandée, ce qui nous donne : $a \cdot \overline{b}$



- **étape 2** : regroupez ensuite les deux "1" situés horizontalement au milieu de la table, ce qui nous donne : $a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot c$



- **étape 3** : et enfin regroupez les deux "1" situés verticalement à la droite de notre table, ce qui nous donne : $a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot c + b \cdot \overline{c}$

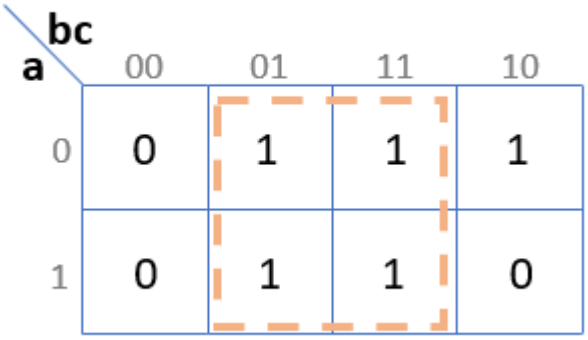


Ainsi, nous aurons l'équation simplifiée suivante : $S = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot c + b \cdot \overline{c}$

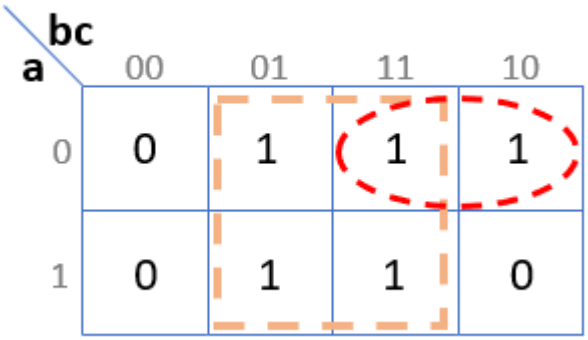
Correction de la table de Karnaugh 4 :

Pour cette quatrième table, nous pouvons remarquer que nous avons déjà un groupement de quatre "1", ce qui nous mène à la travailler différemment. Pour ce fait, nous allons simplifier l'équation de cette manière :

- **étape 1** : regroupez les quatre cases de valeur "1" situées au centre de notre table, ce qui nous donne : $S = c$



- **étape 2** : ajoutez maintenant un groupement de deux "1" situés en haut à gauche de notre table, ce qui nous donne : $S = c + \overline{a} \cdot b$

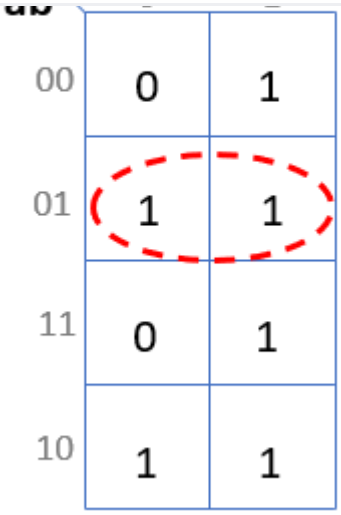


Ainsi, notre équation simplifiée sera : $S = c + \overline{a} \cdot b$

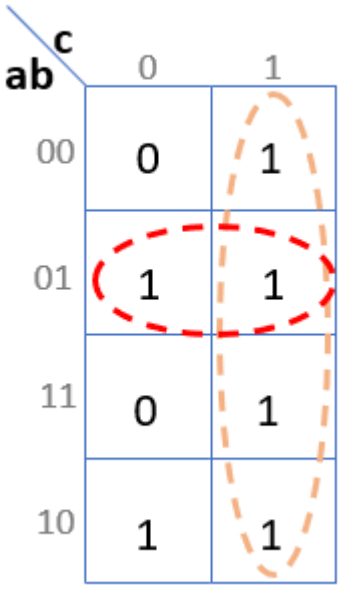
Correction de la table de Karnaugh 5 :

Pour la table numéro 5 de Karnaugh, nous procéderons de la manière suivante :

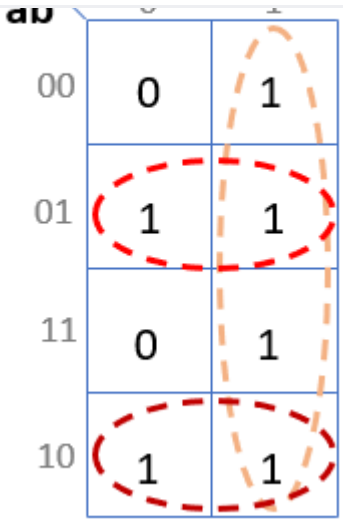
- **étape 1** : regroupez les deux "1" situés dans la deuxième ligne horizontale de cette table, ce qui nous donne : $\overline{a} \cdot b$



- **étape 2** : regroupez ensuite les deux "1" sitúés verticalement dans la colonne à droite de la table, ce qui nous donne : $\overline{a} \cdot b + c$



- **étape 3** : et finalement regroupez les deux "1" sitúés horizontalement à la ligne tout en bas de notre table, ce qui nous donne : $\overline{a} \cdot b + c + a \cdot \overline{b}$



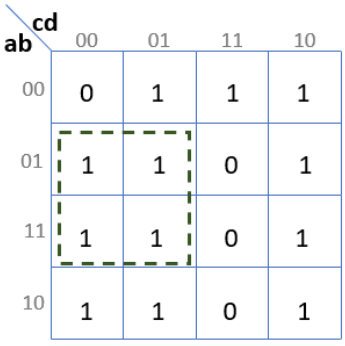
D'où, l'équation simplifiée de cette table numéro 5 sera : $S = \overline{a} \cdot b + c + a \cdot \overline{b}$

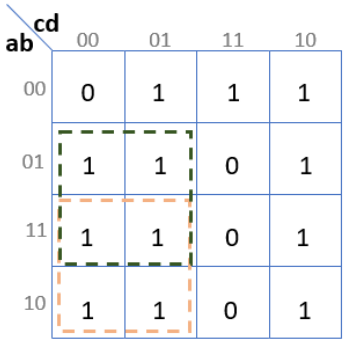
Or $S = \overline{a} \cdot b + a \cdot \overline{b}$ est un **OU Exclusif**, appelée aussi **XOR**, donc nonc nous pouvons écrire notre équation encore sous cette forme : $S = a \oplus b + c$

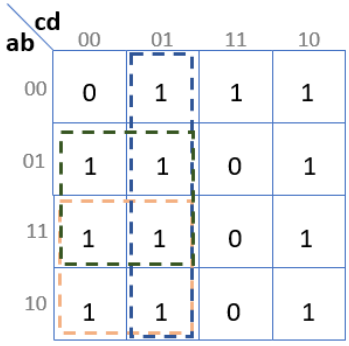
Correction de la table de Karnaugh 6 :

Pour la dernière table de karnaugh demandée à simplifier de dimensions 4 x 4, nous remarquons que nous pouvons créer trois groupements de quatre "1"; deux groupement de 2 x 2 et un groupements de 1 x 4, ce qui nous mène à retrouver facilement une partie de notre équation simplifiée telle que :

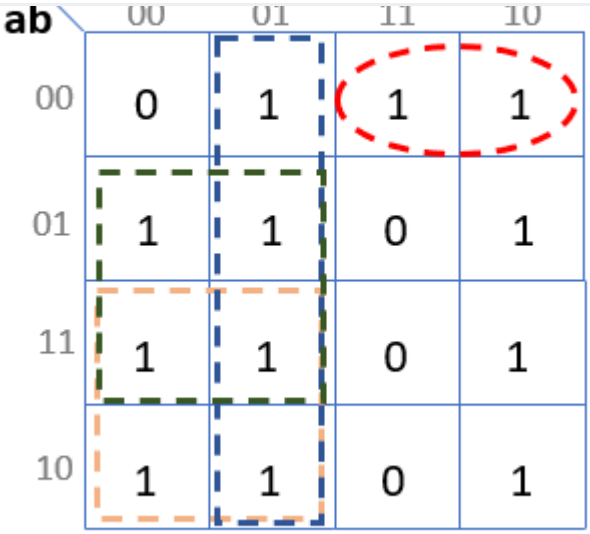
- **étape 1** : regroupons les trois groupements de quatre cases de valeur "1" situées à droite de notre table, ce qui nous donne : $S = b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + \overline{c} \cdot d$



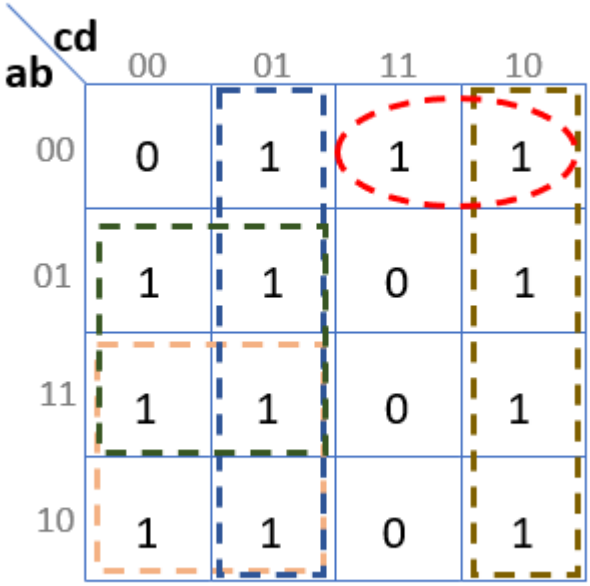




- **étape 2** : ajoutez maintenant un groupement de deux "1" situés en haut à gauche de notre table, ce qui nous donne : $S = b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c$



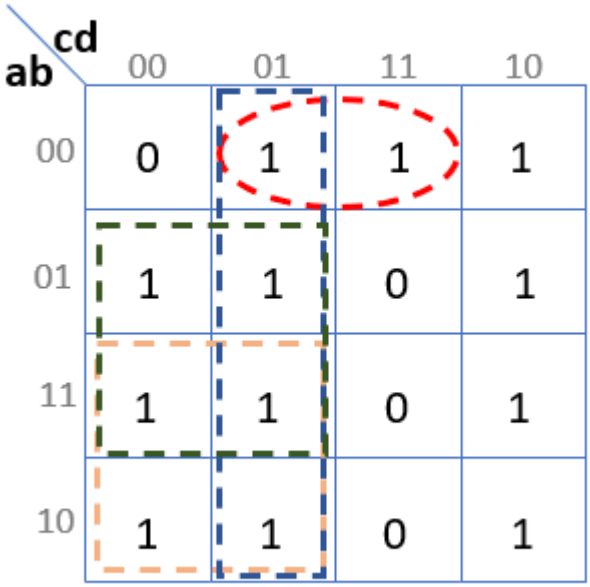
étape 3 : ajoutez maintenant le dernier groupement de valeur "1" situé dans la dernière colonne de cette table, ce qui nous donne : $S = b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + c \cdot \overline{d}$



Ainsi, l'équation simplifiée de cette dernière table sera donc : $S = b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + c \cdot \overline{d}$

Vous pouvez également réaliser des simplifications d'écriture en appliquant le principe de la distributivité ou même mettre en place la fonction logique **OU Exclusif** pour ce résultat. On vous laisse vous entraîner et retrouver le résultat par vous-même ?

Comme pour la table numéro 2 de Karnaugh, nous avons la possibilité de l'optimiser différemment cette table et d'écrire une équation simplifiée autrement si nous faisons un groupement horizontal différemment dans l'étape 2 tels que :



Ce qui va nous permettre de retrouver une équation légèrement différente de celle déterminée dans l'étape 3 précédemment : $S = b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{c} + \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot d + c \cdot \overline{d}$. Il est à noter que ces deux résultats restent valides et donnent le même résultat logique souhaité.

Outil Electro & Robot

Pour vérifier vos équations logiques, vous pouvez utiliser notre **résolveur de table de Karnaugh** mis en ligne pour vous aider à résoudre les tables les plus compliquées :

- **Table de Karnaugh en ligne**